Приложение 2 к РПД
Практикум решения задач по математике
44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)
направленность (профили)
Математика. Физика
Форма обучения – очная
Год набора – 2020

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

1. Общие сведения

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
3.	Направленность (профили)	Математика. Физика
4.	Дисциплина (модуль)	Б1.В.01.03 Практикум решения задач по математике
5.	Форма обучения	очная
6.	Год набора	2020

2. Перечень компетенций

- **УК-2**: Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
- **ПК-1**: Способен реализовывать программы учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов

3. **Критерии и показатели оценивания компетенций на различных этапах их формирования**

<table>
<tr><th rowspan="2">Этап формирования компетенции (разделы, темы дисциплины)</th><th rowspan="2">Формируемая компетенция</th><th colspan="3">Критерии и показатели оценивания компетенций</th><th rowspan="2">Формы контроля сформированности компетенций</th></tr>
<tr><th>Знать:</th><th>Уметь:</th><th>Владеть:</th></tr>
<tr><td>Модуль числа и его свойства. Линейные уравнения и неравенства с модулем. Системы линейных уравнений и неравенств с модулем</td><td>УК-2, ПК-1</td><td rowspan="6">– основные понятия, формулы, теоремы и утверждения, входящие в содержание дисциплины;
– основные приемы и способы решения задач с модулем;
– доказательства неравенств, содержащих модули;
– приемы и методы решения основных видов уравнений, неравенств с модулем и их систем
– основные типы задач с параметрами;
– методы решения основных типов задач с параметрами;
– методику обучения учащихся решению школьных задач с параметрами</td><td rowspan="6">– решать задачи по разделам курса;
– применять теоретический материал;
– используя определения, проводить исследования, связанные с основными понятиями;
– выбирать и реализовывать наиболее рациональный метод решения задачи;
– применять информационно-коммуникационные технологии при изучении учебного материала;
– решать и обосновывать задачи с параметрами;
– решать практико-ориентированные задачи по разделам курса;
– решать основные типы задач, предлагавшихся на ЕГЭ в разные годы</td><td rowspan="6">– методами решения математических задач, содержащих модуль;
– методикой обучения учащихся решению задач с модулем;
– практическими навыками решения школьных задач по математике;
– основами методической культуры учителя математики
– основными методами решения школьных математических задач с параметрами;
– математическим аппаратом, необходимым при решении задач с параметрами;
– подбором задач, организацией и проведением занятий со школьниками по решению задач;
– методикой обучения учащихся решению школьных задач с параметрами</td><td rowspan="6">Активность на практических занятиях

Выполнение домашних заданий

Контрольная работа № 1

Контрольная Работа № 2</td></tr>
<tr><td>Квадратные и высших степеней уравнения и неравенства с модулем</td><td>УК-2, ПК-1</td></tr>
<tr><td>Трансцендентные уравнения и неравенства с модулем</td><td>УК-2, ПК-1</td></tr>
<tr><td>Основные методы решения задач с параметрами</td><td>УК-2, ПК-1</td></tr>
<tr><td>Линейные и квадратные уравнения и неравенства с параметрами и их системы</td><td>УК-2, ПК-1</td></tr>
<tr><td>Аналитические и геометрические приемы решения задач с параметрами</td><td>УК-2, ПК-1</td></tr>
</table>

Шкала оценивания в рамках балльно-рейтинговой системы:
«неудовлетворительно» – 60 баллов и менее; «удовлетворительно» – 61-80 баллов; «хорошо» – 81-90 баллов; «отлично» – 91-100 баллов

4. Критерии и шкалы оценивания

4.1. Активность на практических занятиях

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за активность на занятии	0,2	0,6	0,8	1

4.2. Выполнение домашнего задания

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за выполненное домашнее задание	0,2	0,5	0,8	1

4.3. Выполнение индивидуального задания

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за выполненное индивидуальное задание	5	10	15	20

1.4. Выполнение контрольной работы

Процент правильно решенных заданий	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за выполнение контрольной работы	5	10	15	20

5. Типовые контрольные задания и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

5.1. Типовое домашнее задание

1. Решить неравенство: $|x-2|+|3-x|>2+x$.

Решение. Методом интервалов.

1) Находим нули подмодульных выражений: $x=2, \quad x=3$
2) Эти точки разбивают числовую ось на три промежутка, найдем значения выражения на каждом из них.

1. $x<2$: $-x+2+3-x>2+x$

   $3x<3, \quad x<1$. Общее решение: $\underline{x<1}$

2. $2\le x<3$: $x-2+3-x>2+x$

   $-x>1, \quad x<-1$. Общее решение: $\underline{\varnothing}$

3. $x>3$: $x-2-3+x>2+x$

   $x>7$. Общее решение: $\underline{x>7}$

Ответ: $x\in(-\infty;1)\cup(7;+\infty)$.

2. Решите неравенство: $\left|x^2-5x+6\right|\ge\left|x^2+4x-5\right|$.

Решение. Возведем обе части неравенства в квадрат, т.к. они обе неотрицательны.

$$\left(x^2-5x+6\right)^2\ge\left(x^2+4x-5\right)^2$$

$$\left(x^2-5x+6\right)^2-\left(x^2+4x-5\right)^2\ge0$$

$$\left(x^2-5x+6-\left(x^2+4x-5\right)\right)\left(x^2-5x+6+\left(x^2+4x-5\right)\right)^2\ge0$$

$$\left(-9x+11\right)\left(2x^2-x+1\right)\ge0$$

$2x^2-x+1>0$ при любых х, т.к. $D<0$. Значит, $-9x+11\ge0$

$9x-11\le0$, тогда $x\le\dfrac{11}{9}$

Ответ: $\left(-\infty;\dfrac{11}{9}\right]$.

3. Задача. Известно, что уравнение $(2p+3)x^2+(p+3)x+1=0$ имеет хотя бы один корень. Найдите все значения параметра p, при которых число различных корней этого уравнения равно числу различных корней уравнения $\frac{2x+1}{21-p}=\frac{1}{\sqrt{x-3}+3}$.

1 способ. Введем новую переменную $t=\sqrt{x-3},\ x=t^2+3,\ t\geq 0$. Тогда при $p\neq 21$ второе уравнение примет вид $(2(t^2+3)+1)(t+3)=21-p \Leftrightarrow 2t^3+6t^2+7t+p=0$.

Покажем, что функция $\varphi(t)=2t^3+6t^2+7t+p$ возрастает при $t\geq 0$. Это следует из того, что $\varphi'(t)=6t^2+12t+7>0$.

Таким образом, уравнение $\varphi(t)=0$ имеет не более одного корня и условиям задачи удовлетворяют те значения p, при которых оба уравнения имеют единственное решение. Первое уравнение имеет единственный корень в следующих случаях:

1. $2p+3=0 \Leftrightarrow p=-1{,}5,\ x=-\frac{2}{3}$.

2. $D=0 \Leftrightarrow (p+3)^2-4(2p+3)=0 \Leftrightarrow p^2-2p-3=0,\ p=-1,\ p=3$.

Проверим, имеет ли второе уравнение решение при этих значениях p.

а) $p=-1{,}5.$ $\varphi(0)=-1{,}5<0,\ \varphi(1)=15-1{,}5=13{,}5>0$. Уравнение $\varphi(x)=0$ имеет корень на интервале $(0;1)$.

б) $p=-1.$ $\varphi(0)=-1<0,\ \varphi(1)=14>0$. Уравнение $\varphi(t)=0$ имеет корень на интервале $(0;1)$.

в) $p=3$. Уравнение $\varphi(t)=0 \Leftrightarrow 2t^3+6t^2+7t+3=0$ не имеет решений ($t\geq 0$).

2 способ. Второе уравнение запишем в виде $f(x)=g(x)$, где $f(x)=\frac{2x+1}{21-p},\ g(x)=\frac{1}{\sqrt{x-3}+3},\ x\geq 3$.

Так как $g(x)>0$, то уравнение $f(x)=g(x)$ может иметь решения только при $p<21$, поскольку $2x+1>0$ при $x\geq 3$. Выясним характер поведения функций f и g. f — линейная функция, $k=\frac{2}{21-p}>0$, поэтому f возрастает, $E(f)=\left[\frac{7}{21-p};+\infty\right)$.

g — убывающая функция, множество ее значений $E(g)=\left(0;\frac{1}{3}\right]$.

Это означает, что уравнение $f(x)=g(x)$ на множестве $[3;+\infty)$ может иметь не более одного решения. Как и в первом способе решения, находим значения $p=-1{,}5,\ p=-1$ и $p=3$, при которых первое уравнение имеет единственное решение. Проверка «подозрительных» значений параметра p заключается в следующем:

если $f(3)\leq g(3)$, то уравнение $f(x)=g(x)$ имеет решение, если же $f(3)>g(3)$, то решений нет.

а) $p=-1{,}5.$ $f(3)=\frac{7}{21+1{,}5}=\frac{14}{45}<\frac{1}{3}=g(3)$.

б) $p=-1.$ $f(3)=\frac{7}{21+1}=\frac{7}{22}<\frac{1}{3}=g(3)$.

в) $p=3.$ $f(3)=\frac{7}{21-3}=\frac{7}{18}>\frac{1}{3}=g(3)$.

Условиям задачи удовлетворяют значения $p=-1{,}5$ и $p=-1$.

Ответ: $\{-1{,}5;-1\}$.

5.2. Типовая контрольная работа

Контрольная работа № 1.

1. Решить уравнение: $|x+5|-|x-3|=8$.

2. Решить уравнение: $|x-6|=|x^2-5x+9|$.

3. Решить уравнение: $0,7^{|x-2|}=0,7^{\sqrt{-x^2+6x-8}}$.

4. Решить уравнение: $\dfrac{|2\lg x|}{|\lg(5x-4)|}=1$.

5. Решить уравнение: $|tgx+ctgx|=\dfrac{4}{\sqrt{3}}$.

Ключ

№ задачи	1	2	3	4	5
Правильные ответы	$[3;+\infty)$	1; 3	2; 3	4	$\dfrac{k\pi}{2}\pm\dfrac{\pi}{6},k\in Z$

1. Решить неравенство: $|2x-1|-|x-2|\geq 4$

2. Указать наименьшее целое положительное решение неравенства: $x^2-|5x+6|>0$.

3. Решить неравенство: $\log_4(x+2)\log_{|x|}2>1$

4. Решить систему уравнений: $\begin{cases}\lg\sqrt{(x+y)^2}=1\\ \lg y-\lg|x|=\dfrac{1}{\log_4 100}\end{cases}$.

5. Решить систему уравнений: $\begin{cases}\sin x+\sin y=\sin(x+y)\\ |x|+|y|=1\end{cases}$.

Ключ

№ задачи	Правильные ответы
1	$(-\infty;-5]\cup[3;+\infty)$
2	7
3	$(1;2)$
4	$\left\{\left(\dfrac{10}{3};\dfrac{20}{3}\right);(-10;20)\right\}$
5	$\left\{\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right);\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right);(0;1);(0;-1);(1;0);(-1;0)\right\}$

Контрольная работа № 2.

1. Найдите все значения параметра p, при каждом из которых число различных корней уравнения $\dfrac{(7p+3)x+35p-2}{x+5}=p^2+3$ равно числу различных корней уравнения $(p+3)x^2+2x(p+9)+27=0$.

2. Найдите все ненулевые значения a, при каждом из которых наибольшее из двух чисел $b=2-2a^{-2}-7|a|^{-1}$ и $c=2a^2-7|a|-4$ не превосходит – 7.

3. Найдите все значения a, большие 1, при каждом из которых наименьшее из двух чисел b и c не меньше – 4, если $b=\log_5^2 a-\log_5(25a^4)+1$, а $c=9-\log_a(625a)-\log_a^2 5$.

4. Найдите все значения a, при каждом из которых оба числа $2\cos a+9$ и $2\cos 2a+4\cos a+4$ являются решениями неравенства $\dfrac{2-\log_2|x-5|}{(49+7x-2x^2)\sqrt{x+1}}\leq 0$.

5. Найдите все значения a, для которых при каждом x из промежутка $(-5;-2]$ значение выражения $x^2-4|x|$ не равно значению выражения $a|x|+4$.

Ключ

№ вопроса	Правильные ответы
1	{-3; 7; 9}
2	$\left[-1;\ -\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{1}{2};\ 1\right]$
3	$a\in[\sqrt{5};\ 5]\cup[125;\ +\infty)$
4	$\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$
5	$a\in(-\infty;-4)\cup[0,2;+\infty)$

5.3. Типовое индивидуальное задание

Примерные темы индивидуальных заданий:

1. Методика решения тригонометрических уравнений с параметрами.
2. Методика решения тригонометрических неравенств с параметрами.
3. Методика решения показательных уравнений и неравенств с параметрами.
4. Методика решения логарифмических уравнений с параметрами.
5. Методика решения логарифмических неравенств с параметрами.
6. Методика решения систем уравнений и неравенств, содержащих параметры.
7. Методика решения уравнений и неравенств с параметрами, содержащих модуль.
8. Методика решения заданий ЕГЭ с параметрами (уровень С, задание 18).

5.4. Вопросы к зачету:

1. Определение модуля числа. Свойства модуля. Типология задач по основным содержательным линиям школьного курса математики, связанных с модулем.
2. Линейные уравнения с модулем, методика их решения.
3. Методика решения неравенств с модулем.
4. Системы линейных уравнений с модулем.
5. Системы линейных неравенств с модулем.
6. Аналитические методы решения алгебраических уравнений, содержащих неизвестное под знаком модуля. Иллюстрация применения выделенных методов.
7. Квадратные уравнения и неравенства с модулем.
8. Уравнения и неравенства высших степеней с модулем.
9. Иррациональные уравнения с модулем, методика их решения.
10. Преобразования графиков функций, содержащих аргумент под знаком модуля.
11. Показательные уравнения с модулем.
12. Логарифмические уравнения с модулем.
13. Тригонометрические уравнения с модулем.
14. Показательные неравенства с модулем.
15. Логарифмические неравенства с модулем.
16. Тригонометрические неравенства с модулем.
17. Системы показательных и логарифмические уравнений и неравенств с модулем.
18. Типы задач с параметрами. Параметр и поиск решений уравнений, неравенств и их систем (ветвление).
19. Аналитический метод решения задач с параметрами.
20. Геометрический метод решения задач с параметрами.
21. Метод решения относительно параметра.
22. Алгоритм решения линейных уравнений с параметром.
23. Решение линейных уравнений с параметром.
24. Решение линейных неравенств с параметром.
25. Параметр и количество решений системы линейных уравнений.
26. Решение систем линейных уравнений с параметром.
27. Решение систем линейных неравенств с параметром.
28. Алгоритмическое предписание решения квадратных уравнений с параметром.
29. Применение теоремы Виета при решении квадратных уравнений с параметром.
30. Расположение корней квадратичной функции относительно заданной точки.
31. Задачи, сводящиеся к исследованию расположения корней квадратичной функции.
32. Решение квадратных уравнений с параметром первого типа (для каждого значения параметра найти все решения уравнения)
33. Решение квадратных уравнений второго типа (найти все значения параметра при каждом из которых уравнение удовлетворяет заданным условиям).
34. Использование ограниченности функций, входящих в левую и правую части уравнений и неравенств.